ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ Δ.Π.Θ.

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2008-2009

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΜΟΥΤΣΟΠΟΥΛΟΣ

ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

1. ΚΛΕΙΣΤΟΙ ΑΓΩΓΟΙ

1.1 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ

Στις ανθρωπογενείς υδραυλικές κατασκευές η ροή είναι κατά κανόνα τυρβώδης. Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές για να μπορούμε να τις διαστασιολογούμε δεν παίρνουμε υπόψη μας τον πολύπλοκο και χαοτικό χαρακτήρα της ροής, αλλά τυπικά μέσα μεγέθη. Για περίπτωση μακροσκοπικά μόνιμης ροής, (δηλαδή αν μπορούμε να βρούμε ένα χρονικό φάσμα στο οποίο σε μία διατομή τα μέσα μεγέθη της ροής δεν εξαρτώνται από τον χρόνο), και στην περίπτωση ροών σε διατομές με κανονικό χαρακτήρα, μπορούμε να εφαρμόσουμε συχνά την εξίσωση Bernoulli

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta h$$

όπου u η ταχύτητα, p η πίεση, z το γεωδαιτικό ύψος στον άξονα του αγωγού Δh το συνολικό ύψος των ενεργειακών απωλειών ανάμεσα στις διατομές 1 και 2. Ο δείκτης συμβολίζει την διατομή: προφανώς η διατομή 2 βρίσκεται κατάντη της διατομής 1.
και $\Delta h = h_\Gamma + \Sigma h_T$

Οι απώλειες είναι οι γραμμικές h_Γ και οι τοπικές Σh_T.

Οι πρώτες εξαρτώνται γραμμικά από το μήκος αγωγού (σταθερής διατομής και παροχής) και υπολογίζονται με την εξίσωση Darcy-Weissbach:

$$h_\Gamma = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g}$$

όπου L είναι το μήκος του αγωγού, D η εσωτερική διάμετρος. u η μέση ταχύτητα, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και f ;ένας συντελεστής ο οποίος εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds και από τον λόγο k/D, όπου k η ισοδύναμη υδραυλική τραχύτητα του αγωγού. Ο συντελεστής f μπορεί να υπολογισθεί επαναληπτικά ή από το διάγραμμα του Moody.

Προφανώς αν τα χαρακτηριστικά του αγωγού δεν είναι σταθερά, εξετάζουμε επιμέρους τμήματα με και προσθέτουμε τις απώλειες οι οποίες είχαν υπολογιστεί με τον παραπάνω τρόπο.

Όσο αφορά τις τοπικές απώλειες αυτές οφείλονται στην ύπαρξη γωνιών στους αγωγούς σε απότομες διευρύνεις ή στενώσεις της διατομής, και μπορούν να υπολογισθούν για την περίπτωση τυρβώδους ροής με την χρήση της γενικής εξίσωσης:

$$h_\Gamma = K_T \frac{u^2}{2g}$$

Κατάλληλες τιμές για την κατάλληλη τιμή του αδιάστατου συντελεστή K_T μπορούν να βρεθούν στην σχετική βιβλιογραφία.

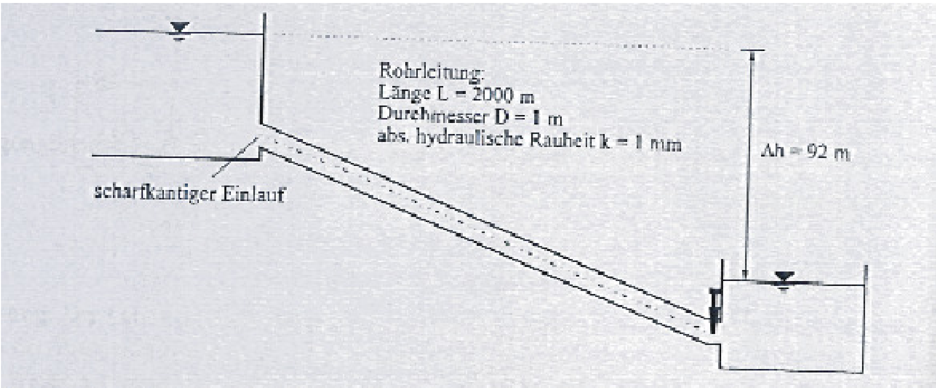
1.2 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

1.2.1 ΡΥΘΜΙΣΗ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΒΑΝΑ ΤΟΠΟΘΕΤΗΜΕΝΗ ΣΤΗΝ ΕΞΟΔΟ ΑΓΩΓΟΥ

Έστω διάταξη του σχήματος 1: Δύο δεξαμενές, με υψομετρική διαφορά *Δh=92m*, συνδέονται με αγωγό εσωτερικής διαμέτρου *D=1m*, *μήκους L= 2000m*, και τραχύτητας *k=1mm*. Κατάντη του αγωγού είναι τοποθετημένη επίπεδη βάνα (Flachschieber DN1000).

Στην είσοδο του αγωγού δεν έχει γίνει κάποια ειδική διαμόρφωση («εγκάρσια» μορφή εισόδου, σύμφωνα με Γ.Α Τερζίδη, Εφαρμοσμένη Υδραυλική, σελίδα 94).

Ποιος πρέπει να είναι ο λόγος ανοίγματος της βάνας (ως προς την διάμετρο του αγωγού) για να επιτευχθεί παροχή ανάμεσα στις δυο δεξαμενές ίση με Q=5m3/s;



Σχήμα 1 *Ρύθμιση ροής ανάμεσα σε δύο δεξαμενές με τοποθέτηση βάνας στην έξοδο του αγωγού (*)*

(*) Rohrleitung αγωγός, Laenge: μήκος, Durchmesser: διάμετρος αγωγού, abs. hydraulische Rauhkeit, απόλυτη υδραυλική τραχύτητα.

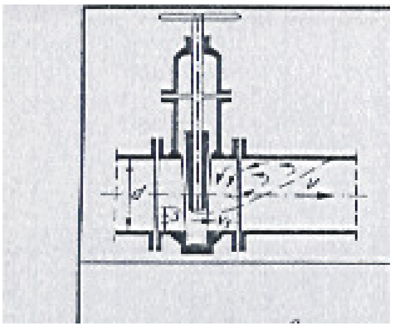
ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ
ΚΑΙ ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΝΑΣ

Για την περίπτωση τοποθέτησης οργάνου ρύθμισης στο εσωτερικό ενός αγωγού, κατά την οποία η ροή μπορεί "αποκαθίσταται" κατάντη (δηλαδή το προφίλ των ταχυτήτων αποκτά την ίδια μορφή την οποία είχε και πριν την βάνα), μπορούμε να υπολογίσουμε τις απώλειες με την κλασσική εξίσωση:

$$h_s = \zeta \frac{v^2}{2g} \qquad \text{(I),}$$

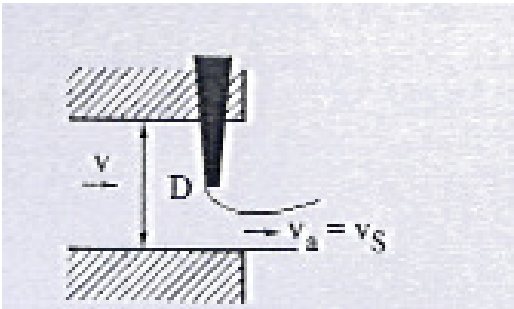
όπου v είναι η μέση ταχύτητα στον αγωγό και ζ ο συντελεστής απωλειών.

Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής ζ προσδιορίζει το γεγονός ότι ένα η βάνα προκαλεί αυξημένες απώλειες ενέργειες: πράγματι κατάντη της βάνας δημιουργείται τοπικά έντονος στροβιλισμός ο οποίος «αποσύρει» ενέργεια από την κυρίως ροή για να διατηρηθεί σε κίνηση.



Σχήμα 2: Τοπική διαταραχή του πεδίου ροής λόγω της ύπαρξης βάνας

Για την περίπτωση αντίθετα κατά την οποία το όργανο ελέγχου είναι τοποθετημένο στο τέλος του αγωγού η προαναφερόμενη αποκατάσταση ροής δεν λαμβάνει χώρα (Βλέπε σχήμα 2 στο οποίο παρουσιάζεται και η στένωση της δέσμης λόγω του φαινομένου Borda.), και κατά συνέπεια η εξίσωση (I) δεν ισχύει



Σχήμα 3 Λεπτομέρεια χαρακτηριστικών ροής στην έξοδο του αγωγού με ύπαρξη βάνας.

Για την περίπτωση αυτή (σχήμα 3), μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση:

$$Q = \mu' \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot h_a} \qquad \text{(II)}$$

όπου

μ' : είναι ένας κατάλληλος συντελεστής ο οποίος εξαρτάται από τον τύπο του οργάνου ελέγχου της ροής και το λόγο ανοίγματος της βάνας
A : το εμβαδόν της διατομής της «ανοικτής» βάνας: είναι ταυτόσημη με το εμβαδόν της εσωτερικής επιφάνειας του αγωγού που εξετάζουμε
h_a : Το ύψος των απωλειών ενέργειας στην έξοδο του αγωγού (βλέπε σχήμα 3)

Για την θεωρητική κατανόηση της εξίσωσης (II) πρέπει να πάρουμε υπόψη μας τόσο το σχήμα 4 αλλά και το ότι η εξίσωση Bernoulli όπως αυτή εφαρμόζεται συνήθως στην πράξη προϋποθέτει το να λαμβάνει χώρα «οριζόντια ροή». Αυτή η συνθήκη δεν πληρείται στην περιοχή ανάντη της βάνας ούτε αμέσως κατάντη αλλά σε κάποια απόσταση κατάντη αυτής βλέπε σχήμα 3 (κάτι ανάλογο ισχύει και για ροή από οπή δεξαμενής- βλέπε για το πεδίο εφαρμογής της Bernoulli σε φλέβα νερού η οποία εξέρχεται από οπή δεξαμενής – Ρευστομηχανική του κ. Κωτσοβίνου, κεφάλαιο 5.4, σχήμα 5.4.2).

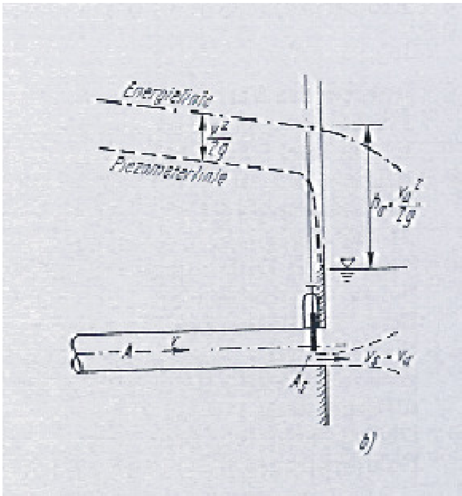
Το συνολικό ύψος των απωλειών λόγω της ύπαρξης της βάνας ισούται με:

$$h_a = H_{\pi\beta} - H_{\varepsilon\delta} \qquad \text{(III)}$$

όπου:

$H_{\pi\beta}$: ύψος της γραμμής ενέργειας στην περιοχή της βάνας

$H_{\varepsilon\delta}$: Το ύψος της γραμμής ενέργειας στο εσωτερικό της δεξαμενής



Σχήμα 4: Μορφή της γραμμής ενέργειας στην έξοδο του αγωγού

Για την περίπτωση μεγάλου όγκου της δεξαμενής, το νερό «ηρεμεί» στο εσωτερικό της δεξαμενής, δηλαδή χάνει όλη την κινητική του ενέργεια, η οποία μετατρέπεται με μία αλυσίδα στροβίλων σε θερμότητα (βλέπε π.χ. σημειώσεις Ρευστομηχανικής του Κ. Μουτσόπουλου). Κατά συνέπεια στο εσωτερικό της δεξαμενής και μακριά από τη βάνα το ύψος της γραμμής ενέργειας θα είναι ίσο με την στάθμη του νερού.

Λόγω του ότι όλη η κινητική ενέργεια «χάνεται» θα έχουμε την εξίσωση:

$$h_a = \frac{v_a^2}{2g} \qquad \text{(IV)}$$

όπου v_a η χαρακτηριστική μέση ταχύτητα στο σημείο κατάντη της βάνας όπου οι γραμμές ροής είναι οριζόντιες. (Σε απόσταση λίγων διαμέτρων από την βάνα το συνολικό ύψος της γραμμής ενέργειας μπορεί να θεωρηθεί περίπου σταθερό –βλέπε σχήμα 4: η πτώση της γραμμής ενέργειας είναι σταδιακή).

Ονομάζοντας A_φ την επιφάνεια της διατομή της φλέβας του νερού στο προαναφερθέν σημείο (στο οποίο οι γραμμές ροής είναι οριζόντιες), μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση χαρακτηριστική ταχύτητα με την βοήθεια της εξίσωσης:

$$v = \frac{Q}{A_\varphi} \qquad \text{(V)}$$

Η επιφάνεια A_φ υπολογίζεται με βάση την εξίσωση:

$$A_\varphi = \mu' A$$

όπου μ' ένας εμπειρικός συντελεστής.

Η αναλογία ανάμεσα στον συντελεστή μ' και τον συντελεστή συστολής C_d για την περίπτωση εκροής μέσω οπής φλέβας νερού από δεξαμενή στην ατμόσφαιρα (Βλέπε π.χ. Ρευστομηχανική Κωτσοβίνου κεφάλαιο 5.4, σχήμα 5.4.3) είναι σαφής, αν και οι δύο περιπτώσεις σαφώς δεν είναι ταυτόσημες.

Για την λύση της συγκεκριμένης άσκησης πάρτε υπόψη σας ότι από την κατασκευάστρια εταιρία, δίνονται τα παρακάτω τεχνικά χαρακτηριστικά:

s/D	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
ζ	0,13	0,33	0,70	1,35	2,5	4,7	10	28	120
μ’	0,90	0,75	0,65	0,56	0,46	0,37	0,27	0,18	0,08

ΛΥΣΗ

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli σε ένα σημείο της επιφάνειας της δεξαμενής ανάντη στο οποίο το νερό μπορεί να θεωρηθεί ακίνητο (διατομή 1) και σε ένα αντίστοιχο σημείο της δεξαμενής κατάντη (διατομή 2):

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta h$$

όπου v η ταχύτητα, p η πίεση, z το γεωδαιτικό ύψος από τυχόν σημείο αναφοράς και Δh το συνολικό ύψος των υδραυλικών απωλειών ανάμεσα στις διατομές 1 και 2.

Εφόσον κατά προσέγγιση και στα δύο σημεία το νερό μπορεί να θεωρηθεί ακίνητο προκύπτει ότι $v_1 \cong v_2 \cong 0$. Στην επιφάνεια του υγρού η πίεση είναι ίδια με την ατμοσφαιρική, κατά συνέπεια $p_1 \cong p_2$.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι: $\Delta h = z_1 - z_2$.

Το διαθέσιμο ύψος ενέργειας *Δh* (συνολικό ύψος απωλειών) κατανέμεται για την περίπτωση που εξετάζουμε ως εξής:

$$\Delta h = \Sigma h_v + h_a \qquad (1)$$

Για το πρόβλημα που εξετάζουμε, οι απώλειες ανάντη ης βάνας είναι το άθροισμα των απωλειών εισόδου h_E και των απωλειών λόγω τριβών h_T. Κατά συνέπεια:

$$\Sigma h_v = h_E + h_T = \left(\zeta_E + f\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{2g} \qquad (2)$$

Η (μέση) ταχύτητα στον αγωγό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 5}{\pi \cdot 1^2} = 6{,}366 m / s$$

Για τον υπολογισμό του συντελεστή *f* παίρνω υπόψη μου ότι:

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{6{,}366 \cdot 1}{1{,}31 \cdot 10^{-6}} = 4{,}86 \cdot 10^6 \text{, k/D=1/1000=}10^{-3}$$
$$\Rightarrow f = 0{,}0197$$

Για τον συντελεστή των απωλειών στην είσοδο έχω προφανώς:

$$\zeta_E = 0{,}5.$$

Κατά συνέπεια το σύνολο των απωλειών ανάντη του οργάνου ελέγχου υπολογίζεται σε:

$$\Sigma h_v = \left(0{,}5 + 0{,}0197 \cdot \frac{2000}{1}\right)\frac{6{,}366^2}{2 \cdot 9{,}81} = 82{,}42 m$$

Κατά συνέπεια οι απώλειες εξόδου υπολογίζονται σε:

$$h_a = 92 - 82{,}42 = 9{,}58 m$$

Ο συντελεστής στένωσης μπορεί να υπολογιστεί με την βοήθεια της σχέσης η οποία είχε δοθεί από την εκφώνηση της άσκησης:

$$\mu' = \frac{Q}{A \cdot \sqrt{2g \cdot h_a}} = \frac{4 \cdot 5}{\pi \cdot 1^2 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 9{,}58}} = 0{,}464$$

Παίρνοντας υπόψη μου τα δεδομένα του κατασκευαστή (βλέπε σχετικό πίνακα)μπορώ να εκτιμήσω ότι για

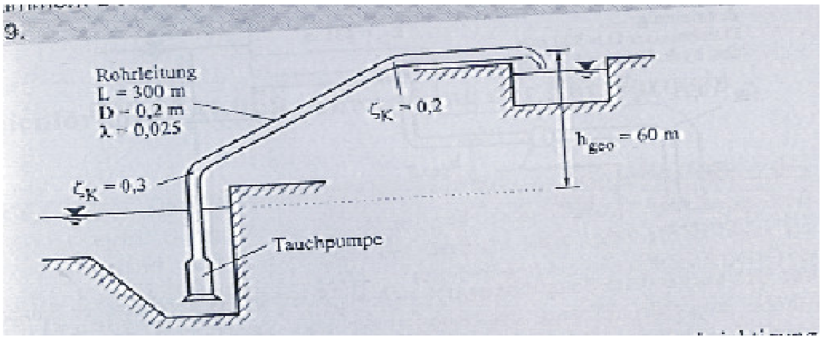
μ’=0,464, $s / D \cong 0{,}5$.

1.2.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΣΧΥΟΣ ΑΝΤΛΙΑΣ

Μία βυθισμένη αντλία μεταφέρει νερό σε ένα σύστημα άρδευσης με παροχή **Q=80l/s**. Το μήκος του καταθλιπτικού αγωγού είναι ίσο με *L=300m*, η εσωτερική διάμετρος ίση με *D=0,2m*, ενώ η γεωδαιτική διαφοράς της στάθμης του αρδευτικού καναλιού από την στάθμη της δεξαμενής άντλησης είναι $h_{geo} = 60m$ ο συντελεστής των γραμμικών υδραυλικών απωλειών μπορεί να θωρηθεί ίσος με $f = 0{,}025$ οι συντελεστές απωλειών λόγω αλλαγής κατεύθυνσης ίσοι με $\zeta_k = 0{,}3$ και $\zeta_k = 0{,}2$ ενώ οι απώλειες στο εσωτερικό της αντλίας θεωρούνται αμελητέες (βλέπε το σχήμα για λεπτομέρειες).

Ζητείται να προσδιορισθεί η ισχύς της αντλίας.

Ο συντελεστής απόδοσης της αντλίας μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ίσος με $\eta_A = 0{,}75$ και του ηλεκτροκινητήρα ίσος με $\eta_M = 0{,}90$



Σχήμα 5: Παράδειγμα υπολογισμού ισχύος βυθισμένης αντλίας για άντληση νερού (*)

(*) Rohrleitung: Αγωγός, Tuchpumpe: βυθισμένη αντλία

ΛΥΣΗ

Η ισχύς της αντλίας μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση:

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\eta_A . \eta_M}$$

Για το πρόβλημα το οποίο εξετάζουμε το μανομετρικό μπορεί να οριστεί από την σχέση:

$$H = h_{geo} + h_v + \frac{u^2}{2g}$$

όπου *u* η μέση ταχύτητα στον αγωγό και h_v οι συνολικές υδραυλικές απώλειες.

Η μέση ταχύτητα υπολογίζεται από την σχέση:

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0{,}08}{\pi \cdot 0{,}2^2} = 2{,}55 m/s$$

Οι συνολικές υδραυλικές απώλειες υπολογίζονται σε:

$$h_v = f\frac{L}{D}\frac{u^2}{2g} + (0{,}2 + 0{,}3)\frac{u^2}{2g} = \left(0{,}025 \cdot \frac{300}{0{,}2} + 0{,}3 + 0{,}2\right)\frac{2{,}55^2}{2 \cdot 9{,}81} = 12{,}6m$$

Και κατά συνέπεια η ισχύς της αντλίας υπολογίζεται σε:

$$P = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot \left(60 + 12{,}6 + \frac{2{,}55^2}{2 \cdot 9{,}81}\right)}{0{,}75 \cdot 0{,}90} = 84795W = 85kW$$

P=85kW

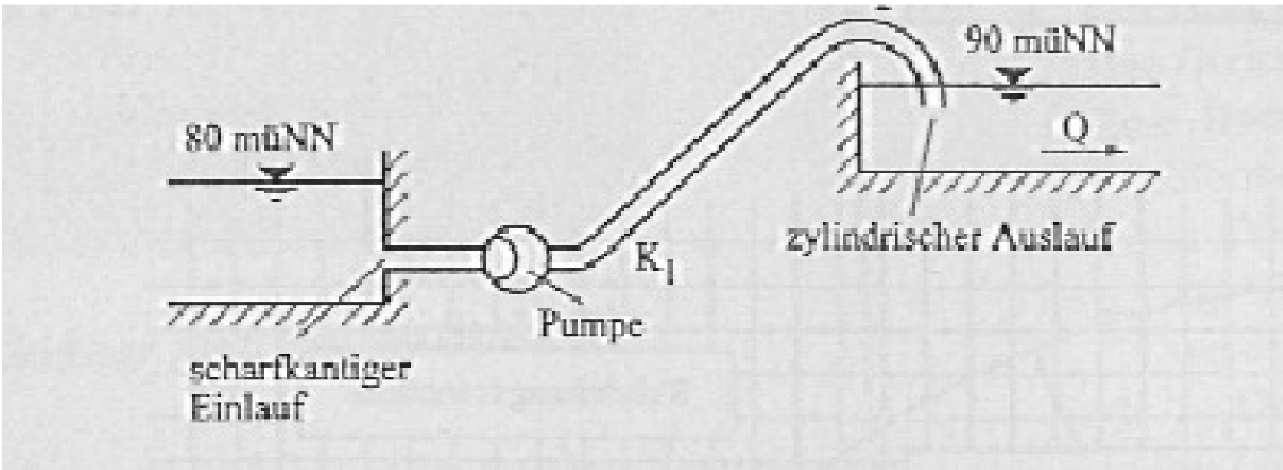
1.2.3. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΑΝΤΛΙΑΣ

Αντλείται νερό (θερμοκρασίας 10 βαθμών Κελσίου) από μία δεξαμενή σε μία διώρυγα. Προσδιορίστε το σημείο λειτουργίας της αντλίας, για την εξεταζόμενη εγκατάσταση, με την βοήθεια την χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας όπως αυτή δίνεται από τον κατασκευαστή (ισχύει για έναν ορισμένο αριθμό στροφών της αντλίας ανά λεπτό).

Πίνακας ΧΧ1: Καμπύλη λειτουργίας αντλίας για δεδομένο αριθμό στροφών

Q [l/s]	0	50	100	150	200
H [m]	16,0	15,7	14,7	12,8	9,8

Στοιχεία του αγωγού: Συνολικό μήκος *L=60m*, εσωτερική διάμετρος *D=0,3m*, υδραυλική τραχύτητα *k=1mm*, συντελεστής απωλειών λόγω απότομης στένωσης: *ζ1=0,5*, ενώ για τις απώλειες λόγω αλλαγής διεύθυνσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον συντελεστή *ζ=0,5*.



Σχήμα 1: Σχηματική αναπαράσταση άντλησης νερού (*)
(*) scharfkantiger Einlauf: είσοδος (σε αγωγό) με οξείες ακμές, zylindrischer Auslauf έξοδος (από αγωγό) με κυλινδρικη διαμόρφωση, Pumpe: αντλία.

ΛΥΣΗ

Το σημείο λειτουργίας είναι το σημείο τομής του απαιτούμενου μανομετρικού για τον εν λόγω αγωγού (εκφρασμένες συναρτήσει της παροχής) και της χαρακτηριστικής καμπύλης της αντλίας όπως δίνεται από τον κατασκευαστή.

Το μανομετρικό μπορεί να υπολογισθεί από την σχέση: $H = h_{geo} + h_v$

Όπου h_{geo} η γεωδαιτική απόσταση ανάμεσα στις στάθμες των δύο δεξαμενών και h_v οι συνολικές απώλειες οι οποίες μπορούν να εκφραστούν από τις σχέσεις:

$$h_v = \left(f \cdot \frac{L}{D} + \zeta 1 + 2 \cdot \zeta + 1 \right) \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} = \left(f \cdot \frac{L}{D} + \zeta 1 + 2 \cdot \zeta + 1 \right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot D^4}$$

$$h_v = \left(f \cdot \frac{60}{0,3} + 0,5 + 2 \cdot 0,5 + 1 \right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot D^4} = \left(f \cdot 2040,2 + 25,5 \right) \cdot Q^2$$

Ο συντελεστής γραμμικών απωλειών f μπορεί να υπολογιστεί συναρτήσει του λόγου $\frac{k}{D}$, και του αριθμού Reynolds, $Re = \frac{u \cdot D}{\nu}$

Για τον αγωγό που εξετάζουμε ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{k}{D} = \frac{1mm}{300mm} = 3,33 \cdot 10^{-3}$$

και

$$Re = \frac{u \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot Q \cdot D}{\nu \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot Q}{1,31 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 0,3} = 3,24 \cdot 10^6 \cdot Q$$

Το απαιτούμενο μανομετρικό H_R υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$\mathrm{H}_R = h_{geo} + h_V = (90 - 80) + \left(f \cdot 2040,2 + 25,5 \right) \cdot Q^2$$

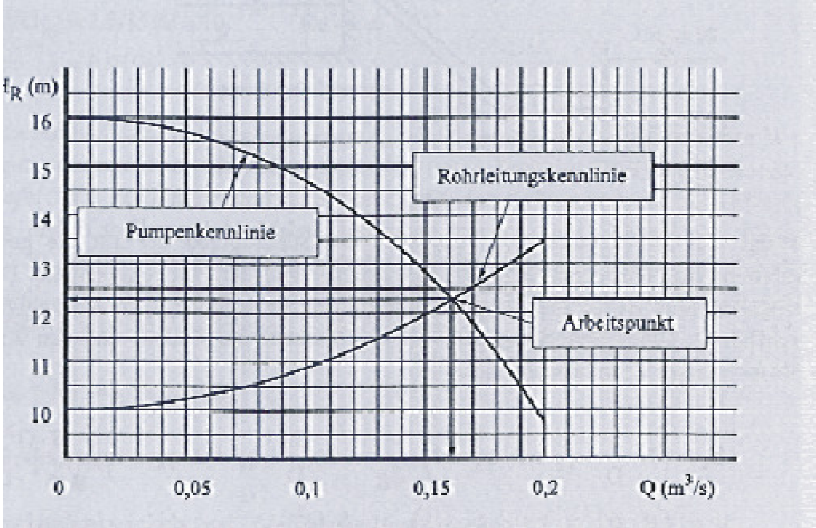
Μία παρουσίαση περισσότερων σημείων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

<u>Πίνακας XX2</u> Υπολογισμός «καμπύλης λειτουργίας καταθλιπτικού αγωγού»: Σύνολο απωλειών συναρτήσει της παροχής

Q (m^3/s)	Re ($\cdot 10^5$)	f (-)	H_R [m]
0	-	-	10
0,05	1,62	0,0277	10,21
0,10	3,24	0,273	10,81
0,15	4,86	0,273	11,82
0,20	6,58	0,271	13,23

Το σημείο λειτουργίας της αντλίας είναι το σημείο τομής της χαρακτηριστικής «καμπύλης λειτουργίας της αντλίας» (πίνακας XX1) και του χαρακτηριστικής «καμπύλης του καταθλιπτικού αγωγού» (Πίνακας XX2).

Με την βοήθεια γραφικής παράστασης (Σχήμα 2), βρίσκουμε ότι το σημείο λειτουργίας της αντλίας (τομή της «καμπύλης λειτουργίας της αντλίας» με την «καμπύλη του καταθλιπτικού αγωγού») είναι: $\underline{Q \cong 0,16 m^3/s}$, $\underline{H_R \cong 12,3 m}$.



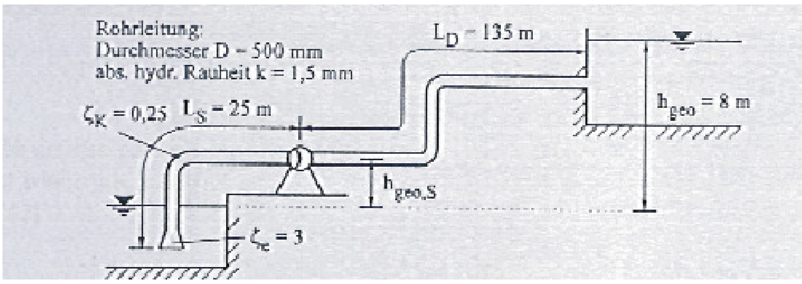
Σχήμα 2: Γραφικός προσδιορισμός σημείου λειτουργίας αντλίας (*)
(*) Pumpenkennlinie Καμπύλη λειτουργίας αντλίας, Rohrleitungskennlinie: καμπύλης λειτουργίας καταθλιπτικού αγωγού, Arbeitspunkt: σημείο λειτουργίας (της αντλίας)

Για την περίπτωση κατά την οποία επιθυμούμε να αλλάξουμε την παροχή, πρέπει να αλλάξουμε τον αριθμό των στροφών και να πάρουμε υπόψη μας την αντίστοιχη καμπύλη λειτουργίας.

1.2.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΧΕΤΙΚΟΙ ΜΕ ΑΝΑΡΡΟΦΗΣΗ ΑΝΤΛΙΑΣ

Για τον σταθμό άντλησης ο οποίος παρουσιάζεται στο σχήμα 1, πρέπει να προσδιορισθεί η γεωδαιτική το μέγιστο γεωδαιτικό ύψος $h_{geo,S}$ στο οποίο επιτρέπεται να τοποθετηθεί η αντλία, η οποία σύμφωνα με τον κατασκευαστή έχει μέγιστο ύψος αναρρόφησης $h_{max,a} = 5{,}19$ m.

Η παροχή άντλησης είναι Q=0,5m3/s, το μήκος του αγωγού ανάντη της αντλίας είναι $L_S = 25m$, η εσωτερική διάμετρος του αγωγού είναι $D_S = 500mm.$ και η απόλυτη τραχύτητα του αγωγού είναι $k = 1{,}5mm$. Ο συντελεστής απωλειών λόγω αλλαγής κατεύθυνσης εκτιμάται σε $\zeta_K = 0{,}25$, ενώ ο συντελεστής απωλειών στην είσοδο του αγωγού, λόγω τοποθέτησης φίλτρου, εκτιμάται σε $\zeta_E = 3{,}0$. Η θερμοκρασία του νερού θεωρείται ίση με δέκα βαθμούς. Τα υπόλοιπα στοιχεία φαίνονται από το σχήμα.



ΛΥΣΗ

Το μέγιστο επιτρεπτό ύψος αναρρόφησης υπολογίζεται σαν την απόσταση της γραμμής πιεζομετρίας στο σημείο στο οποίο είναι τοποθετημένη η αντλία, από το γεωδαιτικό ύψος του άξονα της αντλίας

$$h_{max,a} \geq h_{geo,S} + h_{V,S} + \frac{u_S^2}{2g}, \tag{1}$$

όπου $h_{V,S}$ οι υδραυλικές απώλειες ανάντη της αντλίας (δηλαδή στον αγωγό αναρρόφησης) και u_S η ταχύτητα στον αγωγό αναρρόφησης.

Για το άθροισμα των υδραυλικών απωλειών και του ύψους της κινητικής ενέργειας ισχύει η σχέση:

$$h_{V,S} + \frac{u_s^2}{2g} = \frac{u_s^2}{2g}\left(f\frac{L_S}{D_S} + \zeta_k + \zeta_e + 1 \right) \tag{2}$$

Η ταχύτητα στον αγωγό αναρρόφησης υπολογίζεται σε:

$$u_S = \frac{Q_S}{A_S} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_S^2} = \frac{4 \cdot 0,5}{\pi \cdot 0,5^2} = 2,55 m/s$$

Ο υπολογισμός του συντελεστή γραμμικών απωλειών f γίνεται με βάση τον αριθμό Reynolds και τον λόγο k / D_S :

$$Re = \frac{u_S \cdot D_S}{\nu} = \frac{2,55 \cdot 0,5}{1,31 \cdot 10^{-6}} = 9,73 \cdot 10^5 \;, \; \frac{k}{D_S} = \frac{2}{500} = 4 \cdot 10^{-3}$$

προκύπτει ότι: $f = 0,0284$

Κατά συνέπεια:

$$h_{V,S} + \frac{u_s^2}{2g} = \frac{2,55}{2 \cdot 9,81}\left(0,0284 \cdot \frac{25}{0,5} + 3 + 0,25_e + 1\right) = 1,88m$$

Παίρνοντας υπόψη μας την εξίσωση (1)

$$h_{geo,S} \leq h_{max,a} - 1,88m$$

Κατά συνέπεια το μέγιστο επιτρεπτό ύψος τοποθέτησης της αντλίας (σε σχέση με την επιφάνεια του νερού) είναι:

$h_{geo,S,max}$ =<u>3,31m</u>

2. ΡΟΗ ΣΕ ΑΝΟΙΚΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

2.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΜΕ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ.

Ονομάζουμε ειδικό ύψος της γραμμής ενέργειας H_0 την απόσταση της γραμμής ενέργειας από τον πυθμένα της κατασκευής μέσα στην οποία λαμβάνει χώρα η ροή.

Η έννοια αυτή χρησιμοποιείται κυρίως για ροή σε ανοικτούς αγωγούς.

Για κατασκευές (κανάλια, διώρυγες) με μικρές κλίσεις και αρκετά ομοιόμορφη κατανομή ταχυτήτων (ώστε να μπορούμε να θέσουμε *α=1*), η εξίσωση Bernoulli γράφεται:

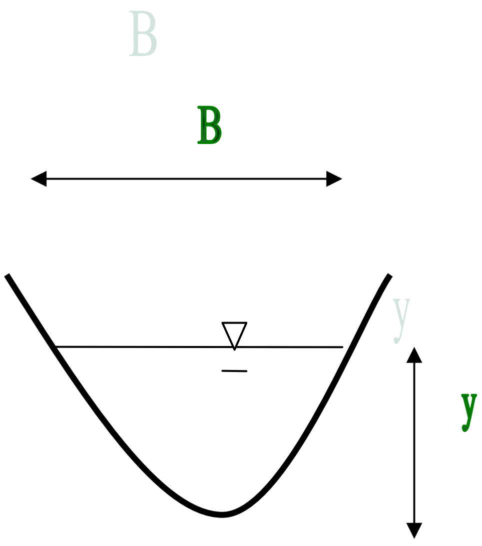
$$\mathrm{H}_0 = y + \frac{v^2}{2g}. \qquad (1)$$

Όπου y το βάθος ροής και v η ταχύτητα.

Παίρνοντας υπόψη μας ότι:

$$v=Q/A \qquad (2)$$

όπου Q είναι η παροχή και A η διατομή ροής. Προφανώς στην περίπτωση ροής με ελεύθερη επιφάνεια η διατομή ροής δεν είναι σταθερά αλλά είναι συνάρτηση το βάθους ροής



Σχήμα 1 Περιγραφή ροής με ελεύθερη επιφάνεια σε κανάλι με τυχαία γεωμετρία

Το ειδικό ύψος ενέργειας γράφεται:

$$\mathrm{H}_0 = y + \frac{Q^2}{2A^2 g} \tag{3}$$

Είναι δυνατόν να αποδειχτεί ότι για ένα ζευγάρι τιμών H_0 και Q υπάρχουν δύο δυνατές τιμές για το βάθος ροής: y_1 και y_2,εκτός από την περίπτωση όπου το H παίρνει την ελάχιστη τιμή του οπότε προκύπτει ένα μόνο βάθος ροής το οποίο ονομάζεται κρίσιμο βάθος ροής κα θα συμβολιστεί στην συνέχεια με $y_{\kappa\rho}$. (Βλέπε σχήμα 2).

Στο κρίσιμο αυτό βάθος ροή αντιστοιχεί μία κρίσιμη επιφάνεια διατομής $\mathrm{A}_{\kappa\rho}$, και μία κρίσιμη ταχύτητα $v_{\kappa\rho} = \frac{Q}{A_{\kappa\rho}}$.

Το ποιο από τα δύο πιθανά βάθη ροής θα λάβει χώρα εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες.

Η ροή ονομάζεται υποκρίσιμη εάν $y > y_{\kappa\rho}$ $(v < v_{\kappa\rho})$, ενώ αν $y < y_{\kappa\rho}$ $(v > v_{\kappa\rho})$ η ροή ονομάζεται υπερκρίσιμη.

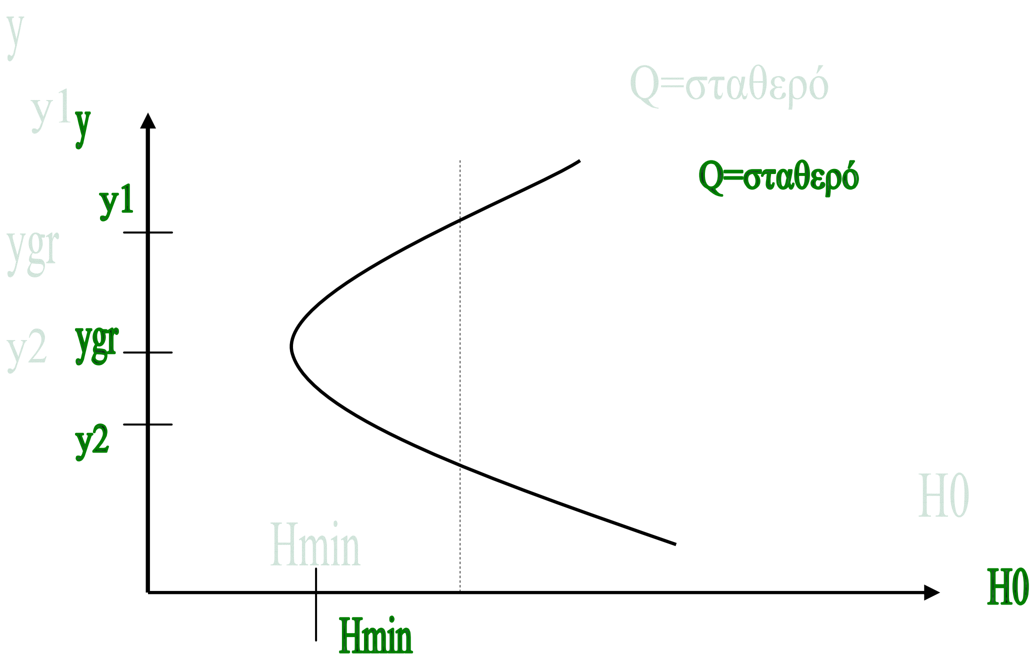
Η ταχύτητα για την περίπτωση κρίσιμης ροής είναι η ταχύτητα διάδοσης μικρών διαταραχών στην ελεύθερη επιφάνεια.

Επειδή η ταχύτητα αυτή μετριέται σε σχέση με την ταχύτητα ροής, για την περίπτωση υπερκρίσιμης ροής $(v > vgr)$ μία διαταραχή δεν μπορεί να μεταδοθεί ανάντη. Για αυτό σε μία ορισμένη υδραυλική διατομή ο υδραυλικός έλεγχος λαμβάνει χώρα πάντα ανάντη.

Όπως είναι γνωστό από την Ρευστομηχανική χρήσιμος για τον χαρακτηρισμό της ροής είναι ο αριθμός Froude ο οποίος εκφράζει τον λόγο των δυνάμεων αδρανείας προς τις δυνάμεις βαρύτητας και είναι δυνατόν να ορισθεί σαν:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gA/B}}.$$

Για την περίπτωση υπερκρίσιμης ροής ο αριθμός Froude παίρνει τιμές μεγαλύτερες από τη μονάδα, για υποκρίσιμη ροή τιμές μικρότερες από τη μονάδα και για κρίσιμη ροή έχουμε $Fr = 1$.



<u>Σχήμα 2</u> Μεταβολή του βάθους ροής συναρτήσει του ειδικού ύψους ενέργειας, για περίπτωση σταθερή παροχή

Για ανοικτούς αγωγούς ορθογωνικής διατομή, η διατομή ροής είναι γραμμική συνάρτηση του βάθους ροής :

$$A=By \qquad (4)$$

Όπου B το πλάτος του καναλιού

Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να ορίσουμε την ειδική παροχή σαν:

$$q=Q/B \qquad (5)$$

και η εξίσωση (3) γράφεται:

$$\mathrm{H}_0 = y + \frac{q^2}{2y^2 g} \qquad (6)$$

Αντίστοιχα ο αριθμός Froude μπορεί να γραφεί σε πιο απλή μορφή:

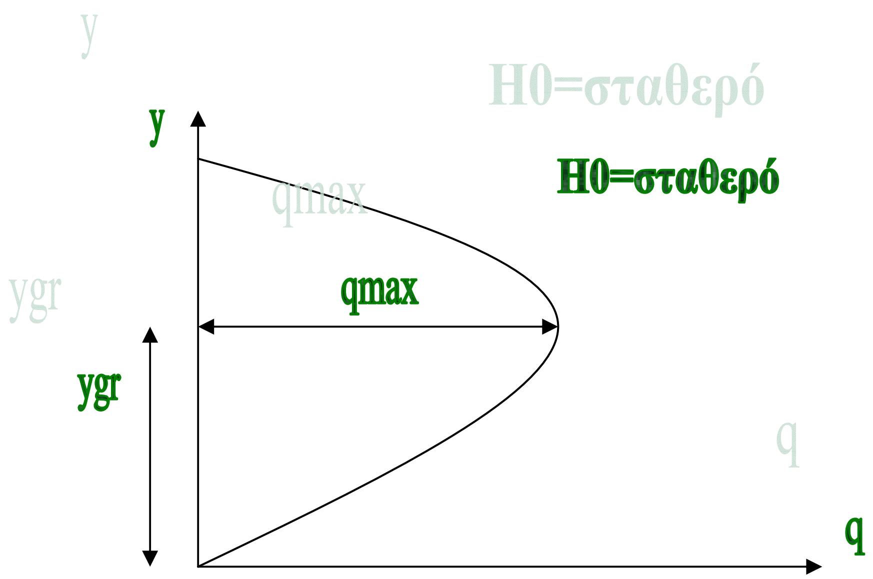
$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \qquad (7)$$

Για την περίπτωση ορθογωνικής διατομής μπορούμε να υπολογίσουμε το κρίσιμο βάθος ροής από την σχέση:

$$y_{\kappa\rho} = \sqrt[3]{\frac{(Q/B)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Προφανώς είναι δυνατόν να σχεδιάσουμε ανάλογες καμπύλες με αυτήν του σχήματος (2) (στις οποίες είχαμε θεωρήσει *Q=σταθερό*), για περίπτωση σταθερού ή δεδομένου ύψους ειδικής ενέργειας.

Αν σχεδιάσουμε το βάθος ροής συναρτήσει της ειδικής παροχής *q*, προκύπτουν επίσης για μία τιμής της ειδικής παροχής δύο δυνατές τιμές του βάθους ροής εκτός από την περίπτωση της μέγιστης ειδικής παροχής για την οποία αντιστοιχεί το κρίσιμο βάθος ροής.

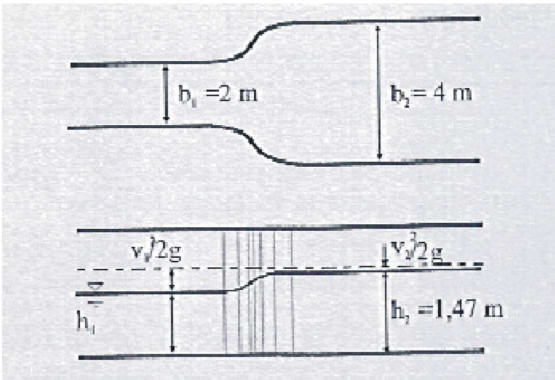


<u>Σχήμα 3</u> Μεταβολή του βάθους ροής συναρτήσει του ειδικού ύψους ενέργειας, για περίπτωση σταθερού ύψους ενέργειας

2.2 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

2.2.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΟΦΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΚΤΟ ΑΓΩΓΟ ΜΕ ΑΜΕΛΗΤΕΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Το πλάτος ενός ανοικτού καναλιού διευρύνεται από $b_1 = 2m$ σε $b_2 = 4m$. Λόγω της κατασκευής οι απώλειες κατά την διεύρυνση του καναλιού μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Για παροχή $Q = 5m^3 / s$ το βάθος ροής στην *διατομή 2* είναι ίσο με $y_2 = 1{,}47m$.
Υπολογείστε το βάθος ροής την ταχύτητα και το ύψος ενέργειας στην *διατομή 1*.



ΛΥΣΗ

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ενέργειας (Bernoulli) στις διατομές 1 και 2:

$$h_{E1} = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_{E2} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Όπου $v_2 = \dfrac{Q}{A_2} = \dfrac{Q}{y_2 b_2} = \dfrac{5}{1{,}47 \cdot 4} = 0{,}85m/s$

και

$$h_{E2} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} = 1{,}47 + \frac{0{,}85^2}{2g} = 1{,}47 + 0{,}0368 = 1{,}507m$$

προφανώς $h_{E1} = h_{E2}$

Για το πρώτο κομμάτι της εξίσωσης ισχύει ότι:

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{y_1 b_1}$$

Κατά συνέπεια :

$$h_{E2} = h_{E1} = y_1 + \frac{Q^2}{2b_1^2 y_1 g}$$

$$h_{E2} \cdot y_1^2 \cdot b_1^2 \cdot 2g - y_1^3 \cdot b_1^2 \cdot 2g - Q^2 = 0$$

Η παραπάνω πρωτοβάθμια εξίσωση μπορεί να επιλυθεί

1. Αναλυτικά (Εξίσωση του Cardano)
2. Με τη μέθοδο των δοκιμών
3. Γραφικά
4. Αριθμητικά (μέθοδος Newton-Raphson)

Προκύπτει ότι :

$$y_1 = 1{,}33m$$

$$v_1 = \sqrt{2g\left(h_{E1} - y_1\right)} = 1{,}88m/s$$

2.2.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΥ ΒΑΘΟΥΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗ ΑΓΩΓΟ

Στο πνεύμα της διεπιστημονικής προσέγγισης των επιστημονικών θεμάτων και στα πλαίσια της « Μελέτης Περιβαλλοντικών Επιπτώσεων Διαμόρφωσης Χειμάρρου Πολυχωρίου» έχουν συνταχθεί οι παρακάτω επιστημονικές ομάδες:

1) «Μελέτη κοινωνικοοικονομικής οργάνωσης των αυτόνομων οικισμών την εποχή της τουρκοκρατίας-Η περίπτωση του Πολυχωρίου: προβάλλοντας το χθές στο σήμερα»
2) «Περιβαλλοντικός συμβολισμός στα έργα του Θεόδωρου Αγγελόπουλου – Εφαρμογή στην ευρύτερη περιοχή του Χειμάρρου Πολυχωρίου”
3) «Υδραυλική Μελέτη του Χειμάρρου Πολυχωρίου»

Παρά τις προσπάθειες του Μηχανικού Περιβάλλοντος κ. Ατυχίδη να ενταχθεί σε μία από τις πρώτες δύο ομάδες, του ανατέθηκε η εκπόνηση της υδραυλικής μελέτης.

Ο κ. Ατυχίδης βρίσκεται στα πρόθυρα της κατάθλιψης.

Μπορείτε να τον βοηθήσετε;

Στα πλαίσια της υδραυλικής μελέτης ζητείται να υπολογισθεί το βάθος ροής για πλημμυρική παροχή $Q = 50m^3 / s$, θεωρώντας ότι η ροή μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφη

Η διατομή της διώρυγας είναι τραπεζοειδής, με πλάτος πυθμένα *b=3m*, πλευρική κλίση (ύψος:πλάτος) *1:m=1:2*, κατά μήκος κλίση *I=0,5%.* Δίνεται συντελεστής Manning $k_{st} = 30m^{1/3} / s$

ΛΥΣΗ

Η επιφάνεια ροής δίνεται από την σχέση:

$A = y(b + my)$, όπου *y* το βάθος ροής,

ενώ η βρεχόμενη περίμετρος από την σχέση:

$$U = b + 2\sqrt{1 + m^2}\, y$$

Για να βρω τη λύση του προβλήματος χρησιμοποιώ την εξίσωση Gaukler Manning-Strickler

$$Q = k_{st} I^{\frac{1}{2}} A \cdot R^{2/3}$$

όπου R=A/U

Η διαδικασία επίλυσης δίνεται στον παρακάτω πίνακα

y [m]	A [m2]	U [m]	R [m]	$R^{2/3}$	Q [m3/s]
1,0	5,0	7,472	0,669	0,765	8,11
3,0	27	16,42	1,644	1,39	79,60
2,0	14	11,9	1,17	1,11	33
2,20	16,28	12,84	1,268	1,172	40,45
2,41	18,846	13,777	1,368	1,232	49,26
2,42	18,973	13,82	1,373	1,235	49,70
2,43	19,10	13,867	1,377	1,237	50,15

2.2.3 ΔΙΩΡΥΓΑ ΕΚΤΟΝΩΣΗΣ- ΕΠΙΛΥΣΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΡΟΗΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ NEWTON-RAPHSON

Η διώρυγα εκτόνωσης ενός φράγματος έχει ορθογωνική διατομή, με πλάτος *b=5,6m* κλίση I=1% και συντελεστή Manning-Strickler $k_{st} = 60m^{1/3} / s$. Να διερευνηθεί αν η κλίση της διώρυγας είναι ήπια (δηλαδή αν σε περίπτωση ομοιόμορφης ροής ή ροή είναι υποκρίσιμη η όχι) για παροχή $Q = 250m^3 / s$. Ο υπολογισμός του ομοιόμορφου βάθους ροής ας γίνει με την μέθοδο Newton-Raphson. Θεωρείστε σαν αρχική προσέγγιση του βάθους ροής y=4m.

Επιπλέον για την περίπτωση κατά την οποία η ταχύτητα στην είσοδο της διώρυγας είναι ίση με v=23,6m/s, εκτιμείστε αν το βάθος ροής αυξάνει από τα ανάντη προς τα κατάντη.

<u>ΛΥΣΗ</u>

Το κρίσιμο βάθος υπολογίζεται από την σχέση: $(y)_{\kappa\rho} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{250^2}{5{,}6^2 9{,}81}} = 5{,}878m$

Το ομοιόμορφο βάθος ροής χαρακτηρίζεται από το γεγονόε ότο η κλίση της γραμμής ενέργειας είναι ίση με την κλίση της γραμμής ενέργειας.

Η εξίσωση Gaukler-Manning-Strickler μπορεί να γραφεί με τις παρακάτω μορφές:

$$Q = k_{st} \cdot A \cdot R^{2/3} \cdot I_\varepsilon^{\ 1/2} \tag{1}$$

Κατά συνέπεια για την περίπτωση ομοιόμορφης ροής, η παροχή μπορεί να εκφραστεί , συναρτήσει του ομοιόμορφου βάθους ροής:

$$Q = k_{st} \cdot b \cdot y_n \cdot \left(\frac{b \cdot y_n}{b + 2 \cdot y_n} \right)^{2/3} \cdot I^{1/2} \tag{2}$$

Η παραπάνω εξίσωση γράφεται και με την παρακάτω μορφή:

$$f(y_n) = (y_n)^{5/2} \cdot \frac{k_{st}^{3/2} \cdot b^{5/2} \cdot I^{3/4}}{Q^{3/2}} - 2 \cdot (y_n) - b$$

Για το πρόβλημα που εξετάζουμε:

$$f(y_n) = (y_n)^{5/2} \cdot \frac{60^{3/2} \cdot 5{,}6^{5/2} \cdot 0{,}01^{3/4}}{250^{3/2}} - 2 \cdot (y_n) - 5{,}6$$

$$\Rightarrow f(y_n) = 0{,}2759(y_n)^{5/2} - 2 \cdot (y_n) - 5{,}6$$

$$\Rightarrow f'(y_n) = 0{,}6898(y_n)^{3/2} - 2$$

Κατά συνέπεια το κανονικό βάθος ροής μπορεί να υπολογισθεί επαναληπτικά με την μέθοδο Newton-Raphson :

$$[y_n]_{i+1} = [y_n]_i - \frac{f([y_n]_i)}{f'([y_n]_i)}$$

όπου ο δείκτης συμβολίζει τον αύξοντα αριθμό της επανάληψης.

Θέτοντας $[y_n]_0 = 4{,}00m$ προκύπτει

i	$[y_n]_i$	$f([y_n]_i)$	$f'([y_n]_i)$	$f([y_n]_i)/f'([y_n]_i)$
	[m]	[m]	[-]	[m]
0	4,00	-4,7712	3,5184	-1,3561
1	5,36	2,0054	6,5505	0,3061
2	5,05	0,1113	5,8280	0,0191
3	5,03	0,0004	5,7836	0,0001
4	5,03			

Κατά συνέπεια $y_n < y_{\kappa\rho}$ η ροή είναι υπερκρίσιμη

Το βάθος ροή στην είσοδο υπολογίζεται από την σχέση:

$$y_0 = \frac{Q}{v_0 \cdot b} = \frac{250}{23{,}6 \cdot 5{,}6} = 1{,}89m < y_n$$

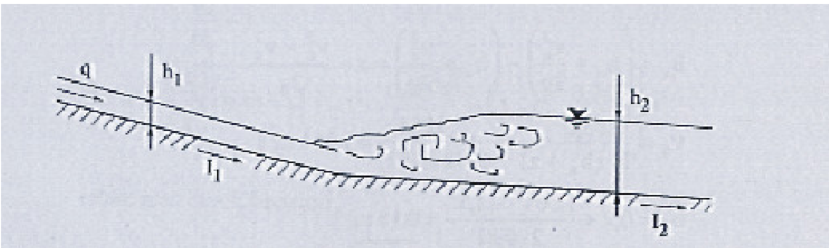
2.2.4 ΑΛΛΑΓΗ ΚΛΙΣΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΚΤΟ ΑΓΩΓΟ ΚΑΙ ΥΔΡΑΥΛΙΚΟ ΑΛΜΑ

Σε ένα ανοικτό κανάλι, ορθογωνικής διατομής, ρέει μια ειδική παροχή, (=παροχή ανά μονάδα πλάτους), $q = 1{,}2m^2 / s$. Ο συντελεστής Gaukler-Manning-Strickler εκτιμάται σε $k_{st} = 55m^{1/3} / s$. Σε ένα σημείο παρουσιάζεται αλλαγή κατεύθυνσης και η κλίση του αγωγού μεταβάλλεται από $I_1 = 1{,}5\%$ σε $I_2 = 0{,}1\%$.

Υποθέτουμε ότι για όλο τον χώρο που εξετάζουμε ισχύει η παραδοχή $B >> y$, όπου B είναι το πλάτος του καναλιού και y το πλάτος βάθος ροής. Υποθέτουμε ότι η διώρυγα ανάντη είναι αρκετά μεγάλη ώστε να έχουμε ομοιόμορφη ροή ανάντη του σημείου αλλαγής κλίσης.

α) Αποδείξτε ότι αμέσως κατάντη του σημείου αλλαγής κατεύθυνσης λαμβάνει χώρα ένα υδραυλικό άλμα.

β) Ποια μορφή πιστεύετε πως έχει το υδραυλικό άλμα;



ΛΥΣΗ

Για να λάβει χώρα υδραυλικό άλμα πρέπει να έχουμε μετάβαση του τύπου ροής από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη.

Από την εκφώνηση της άσκησης δίνεται ότι ανάντη του σημείου αλλαγής κλίσης η ροή μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφη. Κάνοντας την υπόθεση σε μικρή απόσταση κατάντη του σημείο αλλαγής κατεύθυνσης η ροή η ροή μπορεί να εκτιμηθεί σαν ομοιόμορφη, πρέπει να εξετάσουμε αν ισχύουν οι συνθήκες:

$$(y_1)_n < y_{\kappa\rho}$$

$$(y_2)_n > y_{\kappa\rho}$$

Η κρίσιμη ροή υπολογίζεται από την σχέση:

$$y_{\kappa\rho} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}2^2}{9{,}81}} = 0{,}528m$$

Το ομοιόμορφο βάθος ροής για τα τμήματα 1 και 2 μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση Gaukler-Manning-Strickler:

$$Q = k_{st} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}}$$

όπου Q η παροχή, A η βρεχόμενη επιφάνεια διατομής και R η υδραυλική ακτίνα η οποία σαν ορίζεται σαν το λόγο της βρεχόμενης επιφάνειας προς την βρεχόμενη περίμετρο U:

$$R = \frac{A}{U}.$$

Παίρνοντας υπόψη μας ότι, $q = Q/B$ και ότι για την ορθογωνική διατομή που εξετάζουμε $A = B \cdot y$,η εξίσωση Gaukler-Manning-Strickler γράφεται:

$$q = k_{st} \cdot y \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}}$$

Για την περίπτωση της ορθογωνικής διατομής που εξετάζουμε:

$$A = B \cdot y\ ,\ U = B + 2y.$$

Επειδή όμως B >> $y \Rightarrow U \cong B$ και κατά συνέπεια:

$$R = \frac{A}{U} = \frac{B \cdot y}{B + 2y} \cong \frac{B \cdot y}{B} = y$$

οπότε έχουμε την παρακάτω προσεγγιστική εξίσωση:

$$q \cong k_{st} \cdot y_i \cdot (y_i)^{\frac{2}{3}} \cdot I_i^{\frac{1}{2}} \Rightarrow (y_i)_n = \left(\frac{q}{k_{st} \cdot I_i^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{5}}$$, σχέσεις οι οποίες ισχύουν για $i = 1{,}2$

Μπορώ λοιπόν να υπολογίσω το ομοιόμορφο βάθος ροής στις δύο διατομές που εξετάζουμε:

$$(y_1)_n = \left(\frac{q}{k_{st} \cdot I_1^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{1{,}2}{55 \cdot (0{,}015)^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{5}} = 0{,}355\text{m}$$

$$(y_2)_n = \left(\frac{q}{k_{st} \cdot I_2^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{1{,}2}{55 \cdot (0{,}001)^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{5}} = 0{,}800\text{m}$$

Κατά συνέπεια

$(y_1)_n < y_{\kappa\rho}$, στην διατομή 1 έχουμε υπερκρίσιμη ροή,

$(y_2)_n > y_{\kappa\rho}$, στην διατομή 2 έχουμε υποκρίσιμη ροή,

Τα βάθη ροής πίσω από το υδραυλικό άλμα μπορούν να εκτιμηθούν από την παρακάτω εξίσωση (η οποία στηρίζεται στην αρχή της ορμής):

$$\frac{\overline{y}_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_1^2} - 1\right)$$

Το $\overline{y}_2$ μπορεί να ορισθεί και σαν το «απαιτούμενο» βάθος ροής κατάντη για να στεθεροποιηθεί το υδραυλικό άλμα.

Για τον ακριβή τύπο του υδραυλικού άλματος πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τα εξής:

α) Το κανονικό βάθος ροής $(y_2)_n$ είναι μικρότερο από το $\overline{y}_2$. Το υδραυλικό άλμα μετακινείται προς τα κατάντη.
β) Το κανονικό βάθος ροής είναι περίπου ίσο με το $\overline{y}_2$: Για μεγάλους αριθμούς Fr_1.
 το υδραυλικό άλμα παρουσιάζει χαρακτηριστικό μακροσκοπικό στρόβιλο στην επιφάνεια του. Αντίστοιχα για μικρούς αριθμούς Fr_1 εμφανίζονται κυματισμοί στην περιοχή του υδραυλικού άλματος
γ) Το κανονικό βάθος ροής $(y_2)_n$ είναι μεγαλύτερο από το $\overline{y}_2$. Το υδραυλικό άλμα σχηματίζεται αμέσως κατάντη από την θέση στην οποίαν παρουσιάζεται η αλλαγή κλίσης. Το υδραυλικό άλμα είναι βυθισμένο

Για την περίπτωση που εξετάζουμε ισχύουν τα παρακάτω:

$$Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{q}{y_1\sqrt{gy_1}} = \frac{1{,}2}{0{,}355 \cdot \sqrt{9{,}81 \cdot 0{,}355}} = 1{,}81$$

$$\overline{y}_2 = \frac{0{,}355}{2} \cdot \left(\sqrt{1+8 \cdot 1{,}81^2} - 1\right) = 0{,}748m$$

Κατά συνέπεια για την περίπτωση που εξετάζουμε ισχύει η περίπτωση γ) $\overline{y}_2 < (y_2)_n$. Κατά συνέπεια το υδραυλικό άλμα θα σχηματισθεί αμέσως κατάντη της θέσης όπου παρουσιάζεται η αλλαγή κλίσης και θα είναι ελαφρά βυθισμένο.

2.2.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΒΑΘΟΥΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΚΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Για την περίπτωση ροής σε ανοικτούς αγωγούς η εξίσωση της ενέργειας ανάμεσα σε δύο διατομές μπορεί να γραφεί:

$$z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_v \qquad (1)$$

Ο δείκτης 1 δηλώνει την διατομή ανάντη, ο δείκτης 2 την διατομή κατάντη, η μεταβλητή z το υψόμετρο του πυθμένα στην κάθε διατομή, η μεταβλητή y το βάθος ροής, η μεταβλητή v την ταχύτητα ενώ η μεταβλητή h_v τις απώλειες ενέργειας μεταξύ των δύο διατομών

Θέτουμε:

$$z_2 - z_1 = dz \qquad (2^{\alpha})$$

$$y_2 - y_1 = dy \qquad (2\beta)$$

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} = d(\frac{v^2}{2g}) \qquad (2\gamma)$$

Ορίζουμε την κλίση του πυθμένα σαν:

$$I_0 = -\frac{dz}{dx} \qquad (3^{\alpha})$$

και την κλίση της γραμμής ενέργειας σαν

$$I_E = \frac{dh_v}{dx} \qquad (3\beta)$$

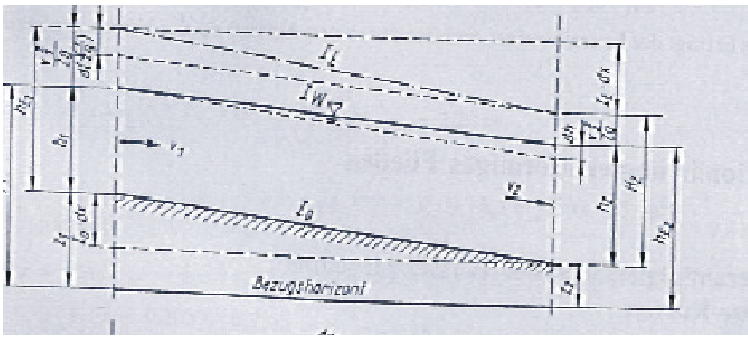
Προφανώς για πεπερασμένες τιμές της απόστασης των δύο διατομών οι παραπάνω τιμές γράφονται σαν:

$$z_2 - z_1 = \Delta z, \qquad (4^{\alpha})$$

$$y_2 - y_1 = \Delta y \qquad (4\beta)$$

$$I_0 = -\frac{\Delta z}{\Delta x} \qquad (5\alpha)$$

$$I_E = \frac{\Delta h_v}{\Delta x}, \qquad (5\beta)$$



<u>Σχήμα 1</u> Υδραυλικά γεωμετρικά και ενεργειακά χαρακτηριστικά ροής σε ανοικτούς αγωγούς

Αντίστοιχα η εξίσωση της ενέργειας γράφεται:

$$\Delta y - I_0 \cdot \Delta x + I_E \cdot \Delta x + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 0 \qquad (6)$$

Για τον υπολογισμό της κλίσης της γραμμής ενέργειας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση των Gaukler-Manning-Strickler:

$$I_E = \frac{Q^2}{k_{st}^2 \cdot A^2 \cdot R^{4/3}} = \frac{v^2}{k_{st}^2 \cdot R^{4/3}} \qquad (7)$$

όπου η μεταβλητή Q συμβολίζει την παροχή, η μεταβλητή A την βρεχόμενη επιφάνεια και η μεταβλητή R την υδραυλική ακτίνα.

Εάν στο εξεταζόμενο τμήμα λαμβάνουν χώρα μεταβολές της διατομής, πρέπει να πάρουμε υπόψη μας τις τοπικές απώλειες πολλαπλασιάζοντας την διαφορά των υψών κινητικής ενέργειας με έναν κατάλληλο συντελεστή ε:

Για βαθμιαίες μεταβολές της διατομής ε=2/3
Για απότομες μεταβολές της διατομής ε=1/2

Κατά συνέπεια

$$\Delta y = I_0 \cdot \Delta x - I_E \cdot \Delta x - \varepsilon \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \qquad (8)$$

Οι υπολογισμοί απλοποιούνται, λίγο, αν δεν εξετάσουμε την διαφορά του βάθους ροής , Δy , αλλά γίνει ο υπολογισμός της διαφοράς του ύψους της πιεζομετρικής ενέργειας μεταξύ των δύο διατομών η οποία ορίζεται σαν Δh_p :

$$\Delta h_p = (z_2 + y_2) - (z_1 + y_1) = \Delta y - I_0 \cdot \Delta x \qquad (9)$$

Κατά συνέπεια:

$$\Delta h_p = -I_E \cdot \Delta x - \varepsilon \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \tag{10}$$

εισαγάγοντας την εξίσωση των Gaukler-Manning-Strickler:

$$\Delta h_p = -\frac{v^2}{k_{st}^2 \cdot R^{\frac{4}{3}}} \cdot \Delta x - \varepsilon \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \tag{11}$$

Μεταξύ των εξεταζόμενων διατομών 1 και 2 αλλάζει τόσο η ταχύτητα v αλλά και το βάθος ροής y και η υδραυλική ακτίνα R.

Μία συνηθισμένη προσέγγιση είναι να θεωρήσουμε τα μεγέθη αυτά σαν τους μέσους όρους των αντίστοιχων μεγεθών στις δύο διατομές:

$$v = v_m = \frac{v_1 + v_2}{2} \tag{12}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 \tag{13}$$

$$R = R_m = \frac{R_1 + R_2}{2} \tag{14}$$

Κατά συνέπεια οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να γραφτούν και ως εξής:

$$\Delta y = I_0 \cdot \Delta x - \frac{v_m^2}{k_{st}^2 \cdot R^{4/3}} \cdot \Delta x - \varepsilon \frac{v_m}{g} \cdot \Delta v \tag{15}$$

$$\Delta h_p = -\frac{v_m^2}{k_{st}^2 \cdot R^{4/3}} \cdot \Delta x - \varepsilon \frac{v_m}{g} \cdot \Delta v \tag{16}$$

Μέθοδος υπολογισμού Δy

Οι μελέτες αντιπλημμυρικής προστασίας αφορούν κατά κανόνα φυσικούς σχηματισμούς απορροής, των οποίων οι γεωμετρικές ιδιότητες είναι ακανόνιστες και η ακριβής καταγραφή τους δύσκολη

Στην πράξη οι υπολογισμοί γίνονται με την παραδοχή της μόνιμης ροής, με παροχή διαστασιολόγησης την μέγιστη πλημμυρική παροχή η οποία είναι παραδοχή «από τη μεριά της ασφάλειας».

Η διαδικασία η οποία ακολουθείται συχνά για τον υδραυλικού υπολογισμό είναι η εξής:

Στις διατομές στις οποίες οι αρμόδιοι μηχανικοί κρίνουν ότι πιθανώς να παρουσιαστεί πρόβλημα στην διόδευση της πλημμυρικής παροχής (δηλαδή στις διατομές οι οποίες συμπίπτουν με «στενώσεις» =μικρές επιφάνειες διατομής ή χαμηλές κατά μήκος κλίσεις γίνεται αποτύπωση των χαρακτηριστικών τους από τους τοπογράφους.

Στην συνέχεια ορίζεται μία διατομή για την οποία όταν είναι γνωστή η παροχή μπορεί να υπολογιστεί το βάθος ροής. (αυτό είναι δυνατόν αν σε κάποιο σημείο έχουμε έλεγχο ροής βλ. Εφαρμοσμένη Υδραυλική του Γ. Τερζίδη)., ή αν υποθέσουμε πως στο σημείο αυτό έχει αποκατασταθεί το ομοιόμορφο βάθος ροής).

Εφόσον η ροή είναι υποκρίσιμη οι υπολογισμοί θα γίνουν προς τα ανάντη, ενώ εάν η ροή είναι υπερκρίσιμη οι υπολογισμοί θα γίνουν προς τα κατάντη.

Η απόσταση Δx ανάμεσα στις διατομές θεωρείται γνωστή από την αποτύπωση. Για την πρώτη άγνωστη διατομή προς τα κατάντη γίνεται μία εκτίμηση(π.χ.) για το βάθος ροής: Σε αυτήν την ποσότητα αντιστοιχούν οι ποσότητες h_p, Δy και Δh_p.

Με βάση τις παραπάνω εκτιμήσεις μπορούν να εκτμηθούν, από τις εξισώσεις (12) – (14) η μέση ταχύτητα, v_m η μέση υδραυλική ακτίνα R_m και η διαφορά των ταχυτήτων Δv όσο αφορά την διατομή στην οποία το βάθος ροής είναι γνωστό και την διατομή στο οποίο είναι άγνωστο

Στην συνέχεια μπορούν μπορούμε να έχουμε μία νέα εκτίμηση για τις ποσότητες Δy και Δh_p, από τις εξισώσεις (14) και (15). Εάν η διαφορές ανάμεσα στις διαδοχικές εκτιμήσεις είναι μικρές (περίπου χιλιοστού) σταματάμε τις επαναλήψεις οι τιμές που υπολογίσαμε θεωρούνται ακριβείς και προχωράμε στον υπολογισμό του βάθους ροής της επόμενης διατομής. Στην αντίθετη περίπτωση συνεχίζουμε τις επαναλήψεις με τη μέθοδο που ήδη περιγράψαμε

Παράδειγμα εφαρμογής

Θεωρούμε ένα κανάλι με τραπεζοειδή (σταθερή) διατομή, πλάτος πυθμένα b=10m, πλευρική κλίση (ύψος:πλάτος) 1:m=1:2, κατά μήκος κλίση $I_0 = 0{,}25\%$, συντελεστής τραχύτητας κατά Manning $k_{st} = 35 m^{1/2} s^{-1}$, στο οποίο ύστερα από ένα πλημμυρικό γεγονός εμφανίζεται παροχή $Q = 25 m^3 / s$.

Το κανονικό βάθος ροής, κατά την διάρκεια του οποίου η ροή είναι υποκρίσιμη, είναι $y_n = 2{,}25$ m.

Στην θέση x=0 προκαλείται υπερύψωση του βάθους ροής λόγω ενός υπερχειλιστή: Από υπολογισμούς προκύπτει ότι στην θέση αυτή το βάθος ροής είναι $y_{υπερχ} = 3{,}10 m$ με απόλυτο υψόμετρο στάθμης ύδατος $h_p = +382{,}00$.

Υπολογίστε την επιφάνεια ροής σύμφωνα με τη μέθοδο Δy,σε συγκεκριμένες διατομές (κατάντη του υπερχειλιστή και σε αποστάσεις Δx=1225m).

ΛΥΣΗ

Η βρεχόμενη διατομή (επιφάνεια ροής) μπορεί να υπολογισθεί συναρτήσει του βάθους ροής από την σχέση:

$$A = y \cdot (b + m \cdot y) = y \cdot (10 + 2 \cdot y)$$

Αντίστοιχα για την βρεχόμενη περίμετρο ισχύει:

$$U = b + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1+m^2} = 10 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot y$$

Η μέση ταχύτητα σε μία διατομή υπολογίζεται από την σχέση:

$$v = Q / A = \frac{25}{y \cdot (10 + 2 \cdot y)} = \frac{1}{y \cdot (0,4 + 0,08 \cdot y)}$$

Κατά συνέπεια για την διαφορά σε απόλυτο ύψος ενέργειας ανάμεσα σε δύο διατομές ισχύει η σχέση:

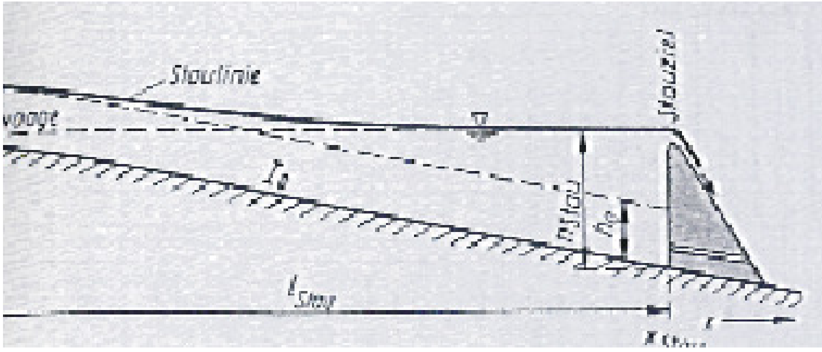
$$\Delta h_p = -\frac{v_m^2}{k_{st}^2 \cdot R^{4/3}} \cdot \Delta x - \frac{v_m}{g} \cdot \Delta v = -\frac{v_m}{35^2 R^{4/3}} \cdot 1225 - \frac{v_m}{9,81} \cdot \Delta v$$

όπου R είναι η υδραυλική ακτίνα η οποία υπενθυμίζουμε ότι ορίζεται σαν: R=A/U.

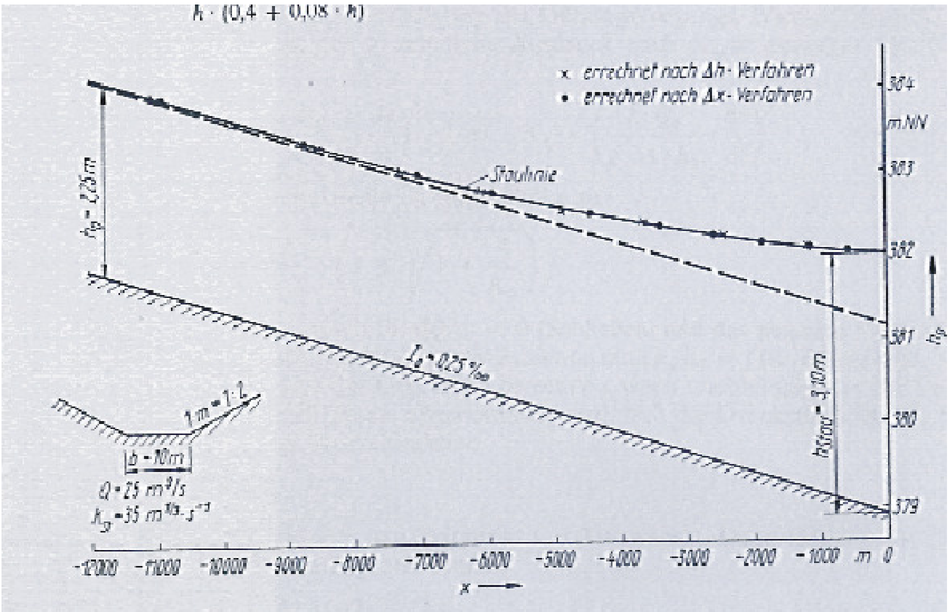
Αντίστοιχα η διαφορά του βάθους ροής ανάμεσα σε δύο διατομές υπολογίζεται από την σχέση:

$$\Delta y = \Delta h_p + I_0 \cdot \Delta x = \Delta h_p + 0,00025 \cdot 1225 = \Delta h_p + 0,30625$$

Ο αναλυτικός υπολογισμός δίνεται στον επισυναπτόμενο πίνακα, ενώ μία σχηματική παρουσίαση της μεταβολή του βάθους ροής δίνεται στο παρακάτω σχήμα



<u>Σχήμα 2</u>$^{\alpha}$ Ποιοτική παρουσίαση της μεταβολής του βάθους ροής σε διώρυγα από κατασκευή υπερχειλιστή



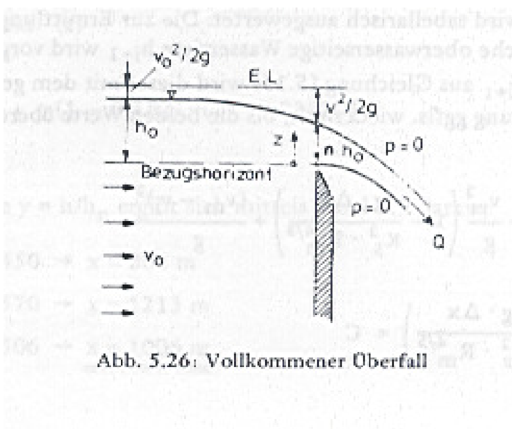
<u>Σχήμα 2</u>$^{\beta}$ Παρουσίαση της μεταβολής του βάθους ροής του εξεταζόμενου προβλήματος (στρεβλή κλίμακα)

3.ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

3.1 ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΕΤΩΠΙΚΩΝ ΥΠΕΡΧΕΙΛΙΣΤΩΝ

Μία κλασσική μέθοδος για τον έλεγχο της ροής είναι η κατασκευή υπερχειλιστών.

Η πιο κλασσική περίπτωση είναι η διαστασιολόγηση τους σαν υπεχειλιστές με ελεύθερη πτώση, κατά την οποία η φλέβα του νερού κατάντη του υπερχειλιστή έχει την πίεση της ατμόσφαιρας (περίπτωση ελεύθερης υπερχείλισης). Κατά την περίπτωση αυτή οι υδραυλικές συνθήκες κατάντη δεν επηρεάζουν την υδραυλική συμπεριφορά του υπερχειλιστή.

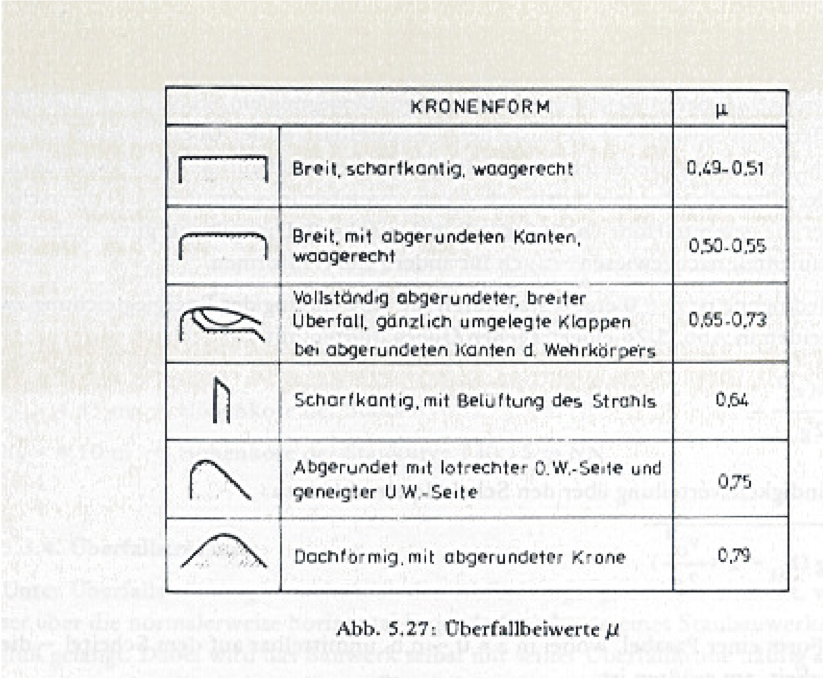


Σχήμα 1 Ελέυθερη υπερχείλιση σε υπερχειλιστή λεπτής στέψης

Στην πράξη για την περίπτωση ελεύθερης μετωπικής υπερχείλισης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σχέση ανάμεσα στο ύψος υπερχείλισης h_0 και την παροχή Q_{EY} η παρακάτω σχέση η οποία αναφέρεται και σαν εξίσωση τουPoleni

$$Q_{EY} = \frac{2}{3}\mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot h_0^{3/2}$$

όπου *b* το πλάτος του υπερχειλιστή και μ ένας συντελεστής ο οποίος εξαρτάται από τον τύπο του υπερχειλιστή (βλέπε τον πίνακα παρακάτω). (Η παραπάνω σχέση ισχύει για μικρές τιμές του ύψους υπερχείλισης σε σχέση με το ύψος του υπερχειλιστή w: $w >> h_0$).

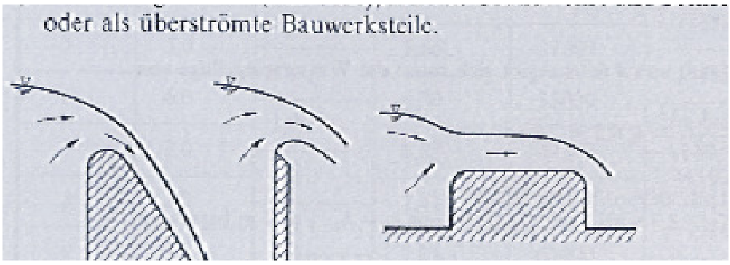


	KRONENFORM	μ
	Breit, scharfkantig, waagerecht	0,49-0,51
	Breit, mit abgerundeten Kanten, waagerecht	0,50-0,55
	Vollständig abgerundeter, breiter Überfall, gänzlich umgelegte Klappen bei abgerundeten Kanten d. Wehrkörpers	0,65-0,73
	Scharfkantig, mit Belüftung des Strahls	0,64
	Abgerundet mit lotrechter O.W.-Seite und geneigter U.W.-Seite	0,75
	Dachförmig, mit abgerundeter Krone	0,79

Abb. 5.27: Überfallbeiwerte μ

<u>Πίνακας 1</u> Τιμές του συντελεστής μ για διαφορετικούς τύπους υπερχειλιστών

Οι διάφοροι τύποι υπερχειλιστών παρουσιάζονται σχηματικά και στο παρακάτω σχήμα



<u>Σχήμα 1</u> Σχηματική παρουσίαση διαφορετικών τύπων υπερχειλιστών

Για την περίπτωση της βυθισμένης υπερχείλισης πρέπει να λάβουμε υπόψη έναν συντελεστή διόρθωσης

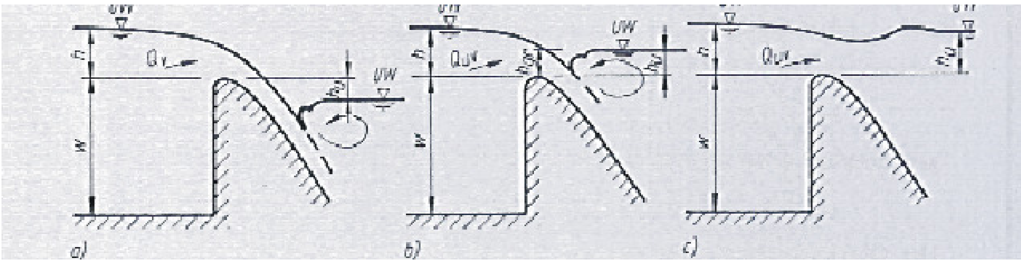
Στην περίπτωση της βυθισμένης υπερχείλισης, η στάθμη του νερού κατάντη του υπερχειλιστή, είναι συχνά πιο ψηλά από την στέψη του υπερχειλιστή.

Στην περίπτωση αυτή ο υπερχειλιστής δεν αποτελεί πλέον «σημείο ελέγχου» της ροής.

Αν εκφράσουμε το γεωδαιτικό υψόμετρο της στέψης του υπερχειλιστή H_{Σ} με και το γεωδαιτικό υψόμετρο της επιφάνειας του νερού κατάντη με H_u, βυθισμένη υπερχείλιση θα λαμβάνει χώρα αν το μέγεθος h_u είναι θετικό:

$$h_u = H_u - H_{\Sigma}$$

(βλέπε σχήμα 2)



Σχήμα 2 Χαρακτηριστικές περιπτώσεις βυθισμένης υπερχείλισης

Σύμφωνα με όσα ήδη αναφέραμε στην περίπτωση αυτή η παροχή πάνω από τον υπερχειλιστή εξαρτάται από τον λόγο h_u / h_0, όπου το ύψος υπερχείλισης h_0 μπορεί να εκφραστεί σαν

$$h_0 = H - H_{\Sigma}$$

(βλέπε και σχήμα 1).

όπου H είναι το γεωδαιτικό υψόμετρο της επιφάνειας του νερού ανάντη του υπερχειλιστή.

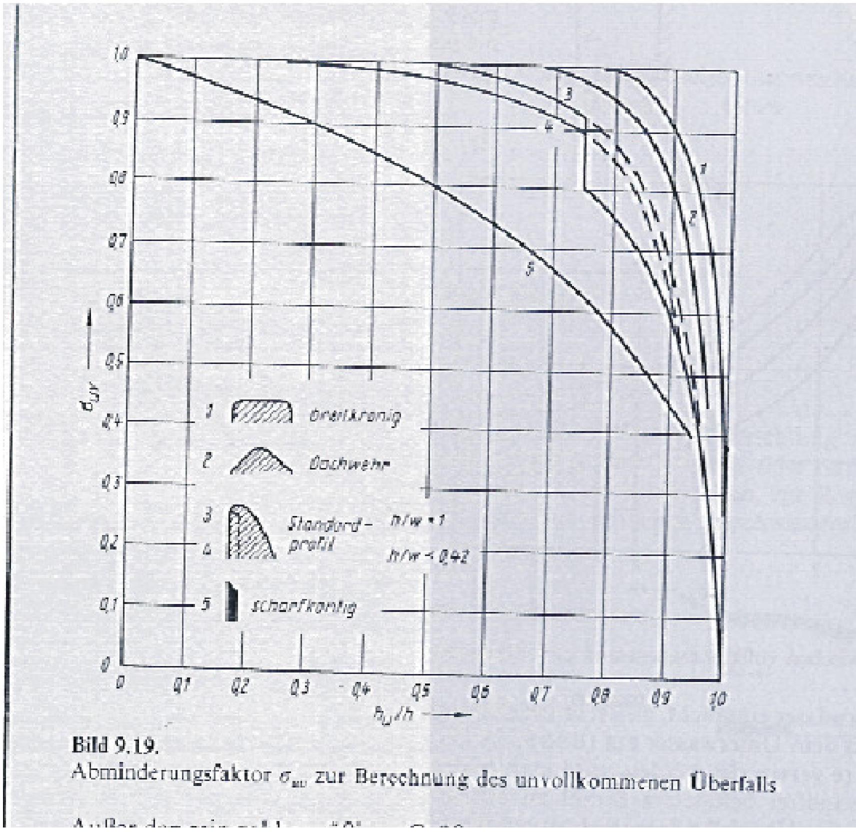
Σε περίπτωση βυθισμένης υπερχείλισης κατά την οποία πάνω από τον υπερχειλιστή λαμβάνει χώρα κρίσιμη ροή (η οποία συνήθως ακολουθείται από ένα μικρό υδραυλικό άλμα κατάντη), η επίδραση του λόγου h_u / h είναι μικρή.

Στην αντίθετη περίπτωση, κατά την οποία κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει, αλλά το h_u είναι θετικό, η επίδραση των συνθηκών κατάντη (και κατά συνέπεια του λόγου h_u / h) είναι σημαντική.

Η παροχή για την περίπτωση της βυθισμένης υπερχείλισης μπορούν να υπολογισθούν από μία γενικευμένη μορφή της εξίσωσης του Poleni, στην οποία υπεισέρχεται ένας συντελεστής διόρθωσης σ_{UV} ο οποίος μπορεί να υπολογιστεί από πειραματικά δεδομένα:

$$Q_{BY} = \sigma_{uv} \cdot Q_{EY} = \sigma_{uv} \cdot \frac{2}{3}\mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot h^{3/.2}$$

ο συντελεστής σ_{uv} μπορεί να υπολογισθεί από τον παρακάτω νομόγραμμα



Σχήμα 3 Υδραυλικοί συντελεστές διόρθωσης για την περίπτωση βυθισμένης υπερχείλισης και διαφορετικούς τύπους υπερχειλιστών

3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΣΕ ΔΕΞΑΜΕΝΗ ΚΑΘΙΖΗΣΗΣ

Θέλουμε να εξετάσουμε την υδραυλική συμπεριφορά δεξαμενής καθίζησης διαμέτρου *D=20* μέτρων η οποία διαστασιολογείται για παροχή *Q=1000l/s* . Το πλάτος του περιφερειακού καναλιού είναι B_π *=0,8m* η κλίση του 1%, ενώ το εύρος της οπής εξόδου είναι $B_E = 1$m. Θεωρούμε ότι οι υδραυλικές συνθήκες στο σημείο της εξόδου από την δεξαμενή καθίζησης είναι τέτοιες ώστε αυτό να αποτελεί σημείο ελέγχου και η στάθμη του πυθμένα στα +110,00 m.

Προσδιορίστε το ύψος της στέψης του υπερχειλιστή της δεξαμενής καθίζησης (βρίσκεται αμέσως ανάντη του περιμετρικού καναλιού) ένα για να δημιουργηθούν συνθήκες ελεύθερης υπερχείλισης η απόσταση ανάμεσα στη μέγιστη στάθμη του νερού στο περιμετρικό κανάλι και την στέψη του υπερχειλιστή είναι 10cm.

Για τον υπολογισμό του βάθους ροής στο ανάντη σημείο του περιμετρικού καναλιού y_0 σας μπορείτε να χρησιμοποιήσετε να χρησιμοποιήσετε την παρακάτω εμπειρική εξίσωση:

$$y_0 = y_u\left(\sqrt{2\left(y_{\kappa\rho} / y_u\right)^3 + \left(1-\frac{I_0 L}{3y_u}\right)} - \frac{2I_0 L}{3y_u}\right)$$

όπου L το μήκος του καναλιού, I_0 η κλίση του, y_u το βάθος ροής κατάντη και $y_{\kappa\rho}$ το κρίσιμο βάθος.

Η απόσταση ανάμεσα στην έξοδο από την δεξαμενή και το κατάντη μέρος των περιφερειακών καναλιών είναι μικρή και κατά συνέπεια η απώλειες ενέργειας ανάμεσα στα δύο σημεία αμελητέες, ενώ το υψόμετρο του πυθμένα στα δύο σημεία μπορεί να θεωρηθεί ίδιο.

<u>ΛΥΣΗ</u>

1)
Εάν σε ένα σημείο ενός ανοικτού αγωγού έχουμε έλεγχο της ροής, τότε η ροή θα είναι κρίσιμη στο σημείο αυτό. Θεωρούμε ότι η έξοδος της δεξαμενής καθίζησης συμπεριφέρεται σαν ανοικτός αγωγός ορθογωνικής διατομής και πλάτους $B_E = 1$m. Κατά συνέπεια στην έξοδο της δεξαμενής το βάθος ροής θα είναι ίσο με:

$\left(y_{\kappa\rho}\right)_E = \sqrt[3]{\dfrac{Q^2}{gB_E{}^2}}$ =0,467m ενώ το ύψος ειδικής ενέργειας στο σημείο αυτό θα είναι ίσο με $\left(E_{\kappa\rho}\right)_E = \dfrac{3}{2}\left(y_{\kappa\rho}\right)_E \cong 0{,}70m$.

Το απόλυτο υψόμετρο το νερού στο σημείο της εξόδου από την δεξαμενή καθίζησης είναι κατά συνέπεια +110,467m ενώ το απόλυτο ύψος της γραμμής ενέργειας στο σημείο αυτό είναι στα +110,70m.

2)
Θεωρούμε ότι η απώλεια ενέργειας ανάμεσα στο σημείο εξόδου και στα κατάντη σημεία των δύο κλάδων του περιμετρικού καναλιού είναι μηδενικές.

Κατά συνέπεια το βάθος ροής στο κατάντη σημείο των δύο κλάδων των περιφερειακών καναλιών δίνεται από την εξίσωση:

$$y_u + \frac{(v_u)^2}{2g} = \left(E_{\kappa\rho}\right)_E$$

ή ισοδύναμα:

$$y_u + \frac{(Q_\pi)^2}{2g\left(y_u B_\pi\right)^2} = \left(E_{\kappa\rho}\right)_E$$

Όπου Q_π είναι η παροχή στους δύο κλάδους των περιφερειακών καναλιών.

Λόγω της συμμετρίας προκύπτει ότι σε κάθε έναν από τους δύο κλάδους η παροχή θα είναι ίση με $Q_\pi = Q/2$.

Από τους υπολογισμούς προκύπτει ότι $y_u = 0{,}65m$. Το απόλυτο υψόμετρο της στάθμης του νερού είναι ίσο με $h_u = 0{,}65m + 110m = \mathit{110{,}65m}$.

3)
Το μήκος του καθενός από τους δύο κλάδους του περιμετρικού καναλιού της δεξαμενής καθίζησης μπορεί να εκτιμηθεί για λόγους ευκολίας ίσο με τη μισή περίμετρο της δεξαμενής καθίζησης. (*Σύμφωνα με μία εναλλακτική προσέγγιση πρέπει να λάβουμε υπόψη μας και το πλάτος του καναλιού – η διαφορά όμως είναι μικρή και λόγω των παραδοχών που έχουν γίνει η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι ικανοποιητική*).

Κατά συνέπεια προκύπτει ότι $L = \pi D/2 \cong 31{,}41m$.

Το κρίσιμο βάθος ροής στο περιφερειακό κανάλι είναι ίσο με

$$\left(y\right)_{\kappa\rho} = \sqrt[3]{\frac{(Q_\pi)^2}{g(B_\pi)^2}} = 0{,}341m$$

Από τον εμπειρικό τύπο προκύπτει ότι $y_o = 0{,}44m$

Το απόλυτο υψόμετρο του πυθμένα στο ανάντη σημείο του περιμετρικού καναλιού είναι ίσο με 110+ $I_0 L = 110{,}32m$. Το απόλυτο υψόμετρο της στάθμης του νερού στο ίδιο σημείο είναι ίση με +110,76m.

Κατά συνέπεια η στέψη του υπερχειλιστή προτείνεται να τοποθετηθεί στα +110,76+0,10=**+110,86**